T. D. 4: Effet Doppler

4.1 Effet Doppler en mécanique galliléenne : vélocimétrie par ultrasons.

On détermine la vitesse V de déplacement de globules sanguins en utilisant une sonde à ultrasons constituée de deux cristaux piézoélectriques. L'un A pour l'émission et l'autre B pour la réception des ondes réfléchies par les globules. La vitesse V des globules est faible devant la vitesse $v_{\phi}=1400~{\rm ms^{-1}}$, de propagation du son dans le sang. On considère le cas où l'angle est nul entre V et la direction de propagation du son. La combinaison du faisceau émis, de fréquence $\nu_A=5.4~{\rm MHz}$, et du faisceau reçu après réflexion sur les globules donne des battements de fréquence $\Delta\nu=1.4~{\rm kHz}$. En déduire la vitesse de déplacement du sang dans les vaisseaux.

4.2 Effet Doppler sur la lumière dans le vide : Détermination de la vitesse d'un objet céleste.

On reçoit d'un objet quasi-stellaire une onde lumineuse fortement décalée vers le rouge. La raie caractéristique Lymann α de l'hydrogène qui a pour longueur d'onde dans le référentiel de la source : $\lambda_s=126$ nm (longueur propre) est observée décalée vers le rouge à $\lambda_d=270$ nm.

- a. En admettant que ce décalage est dû au seul déplacement longitudinal de l'objet émetteur par rapport à la terre, calculer la vitesse de cet objet et son sens de déplacement.
- b. Quelle vitesse aurait-on obtenu à l'aide d'une théorie newtonienne? Commenter.

T. D. 4: Corrigé

4.1 Effet Doppler en mécanique galliléenne : vélocimétrie par ultrasons.

Le sang constitue le milieu privilégié dans lequel l'onde se propage. Il convient donc de considérer ce milieu comme le référentiel au repos, tandis que les deux piezos A et B se déplacent dans le sens contraire. Si on dénote par ν_A la fréquence de l'onde émise par le piézo A, alors un globule reçoit cette onde, à la fréquence apparente (source A mobile, détecteur globule fixe):

$$\nu_g = \nu_A \, \frac{1}{1 - V/v_\phi}$$

avec V, la vitesse en valeur absolue des globules en supposant pour simplifier que le globule s'approche de la source ($V.e_r = V$, e_r étant le vecteur unitaire qui va de la source piézo A vers le détecteur globule). Les globules réémettent une onde dans la direction du piézo B à la fréquence ν_g . Le piézo B détecte alors une onde à la fréquence apparente (source globule fixe, détecteur B mobile, $V.e_r' = -V$, e_r' étant le vecteur unitaire qui va de la source globule vers le détecteur piézo B):

$$\nu_B = \nu_g \left(1 + V/v_\phi \right)$$

Le résultat final est donc :

$$\nu_B = \nu_A \, \frac{1 + V/v_\phi}{1 - V/v_\phi}$$

Pour $V \ll v_{\phi}$, on a:

$$\nu_B = \nu_A \left(1 + 2V/v_\phi \right)$$

A.N.: Pour $\nu_A = 5.4$ MHz et $\nu_B - \nu_A = 1.4$ kHz, on obtient V = 0.18 m s⁻¹.

4.2 Effet Doppler sur la lumière dans le vide : Détermination de la vitesse d'un objet céleste.

En relativité:

$$u_d = \nu_s \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}; \quad \lambda_d = \lambda_s \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

avec $\beta=v_s/c,v_s$ pouvant être positive ou négative selon que la source s'approche ou s'éloigne du détecteur. On a donc

$$\beta = \frac{1 - Z^2}{1 + Z^2}$$

avec $Z = \lambda_d/\lambda_s$.

A.N.: Pour Z=2,143, on obtient $\beta=-0,642$. L'objet s'éloigne de la terre.

Si on avait utilisé le raisonnement classique non-relativiste, on aurait obtenu (source mobile, détecteur fixe,) :

$$\nu_d = \nu_s/(1-\beta) = (c/\lambda_s)/(1-\beta)$$

et alors : $\beta=1-Z=-1,14$, l'objet se déplace avec une vitesse supérieure à celle de la lumière dans le vide !